

Máquinas de estado finito ✓

Otros modelos como los circuitos combinatorios

En Matemática:

Alon Levy (2.0)

Finite Automata

<http://library.wolfram.com/infocenter/Demos/FS>

Turing Machine

Definición Una máquina de estado finito denotada MEF es una 6-tupla $M, M = (\mathcal{Q}, \mathcal{T}, \mathcal{S}, \mathcal{Q}^*, \Delta, \Sigma)$ donde:

- ①. \mathcal{Q} se llama conjunto de estados de la MEF.
- ②. \mathcal{T} es el conjunto de símbolos de entrada.
- ③. \mathcal{S} es el conjunto de símbolos de salida de la MEF.
- ④. \mathcal{Q}^* es un estado del conjunto \mathcal{Q} llamado estado inicial.

⑤. $\Delta: \mathcal{Q} \times \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{Q}$
 $\Delta(\text{estado}, \text{entrada}) \rightsquigarrow \text{otro estado}$

⑥. $\Sigma: \mathcal{Q} \times \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{S}$
 $\Sigma(\text{estado}, \text{entrada}) \rightsquigarrow \text{salida}$

Ejemplo Determine si el siguiente arreglo $M = (Q, \Gamma, \delta, q^*, \Delta, \Omega)$ es una MEF, con $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Gamma = \{a, b\}$, $\Delta = \{0, 1, 2, 3\}$, $q^* = q_0$, $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}$:

	(q_0, a)	(q_0, b)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_2, a)	(q_2, b)	$Q \times \Gamma$
Δ	q_1	q_0	q_1	q_2	q_0	q_1	
Ω	0	2	1	0	3	2	

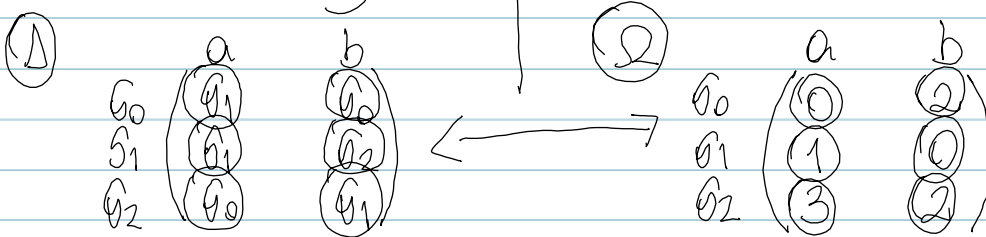
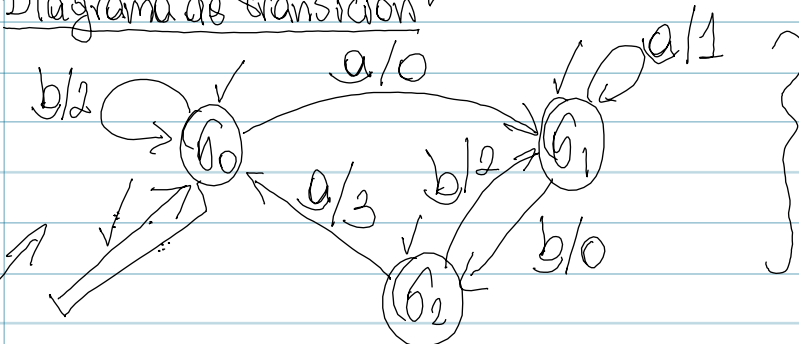
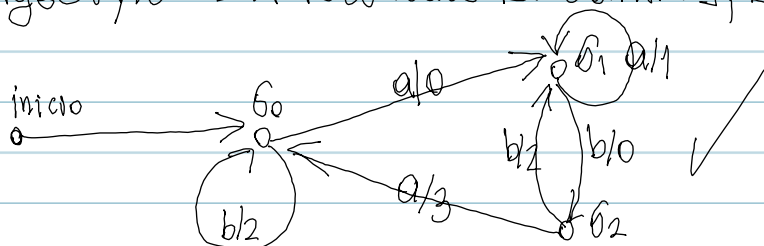


Diagrama de transición

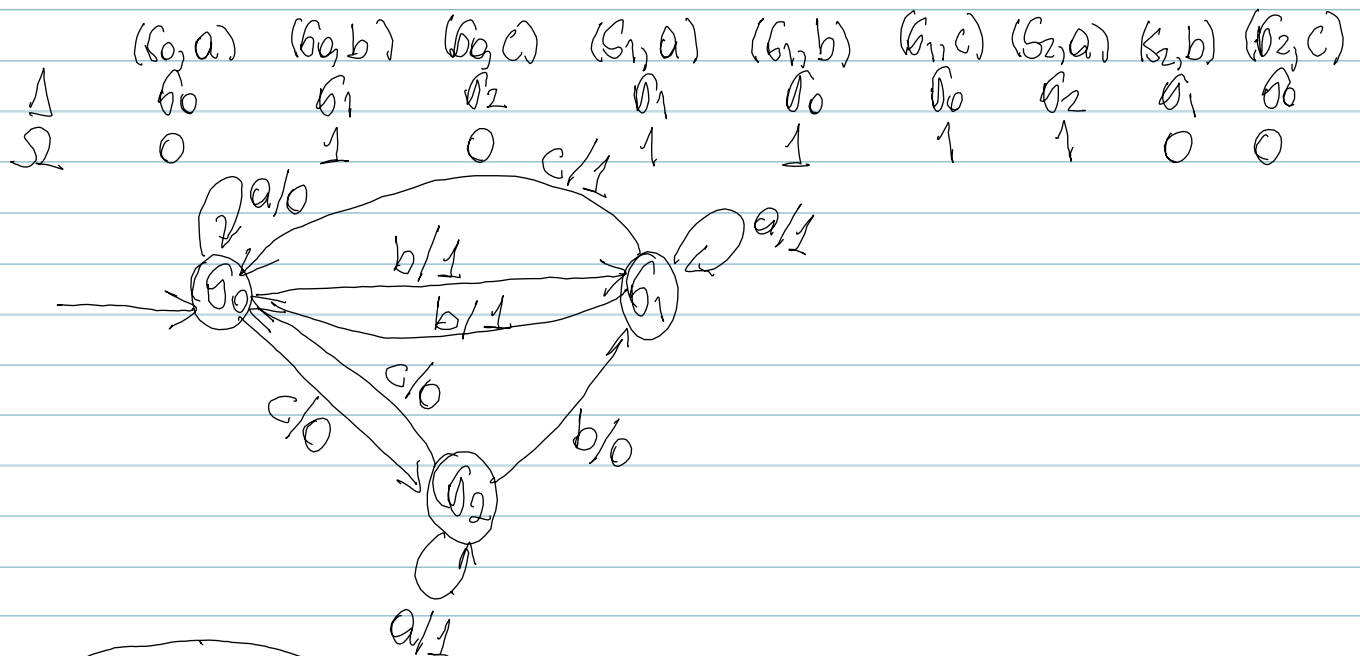


En Mathematica:

Graph [inicio $\rightarrow q_0$, $q_0 \rightarrow q_1$, $q_0 \rightarrow q_0$, $q_1 \rightarrow q_1$, $q_1 \rightarrow q_2$, $q_2 \rightarrow q_0$, $q_2 \rightarrow q_1$],
 EdgeLabels $\rightarrow \{ q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow "a/0", q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow "b/2", q_1 \rightarrow q_1 \rightarrow "a/1", q_1 \rightarrow q_2 \rightarrow "b/0", q_2 \rightarrow q_0 \rightarrow "a/3", q_2 \rightarrow q_1 \rightarrow "b/2" \}$, VertexLabels $\rightarrow "Name"$, ImagePadding $\rightarrow 10$,
 EdgeStyle \rightarrow Arrowheads [Medium], EdgeShapeFunction $\rightarrow "Arrow"$

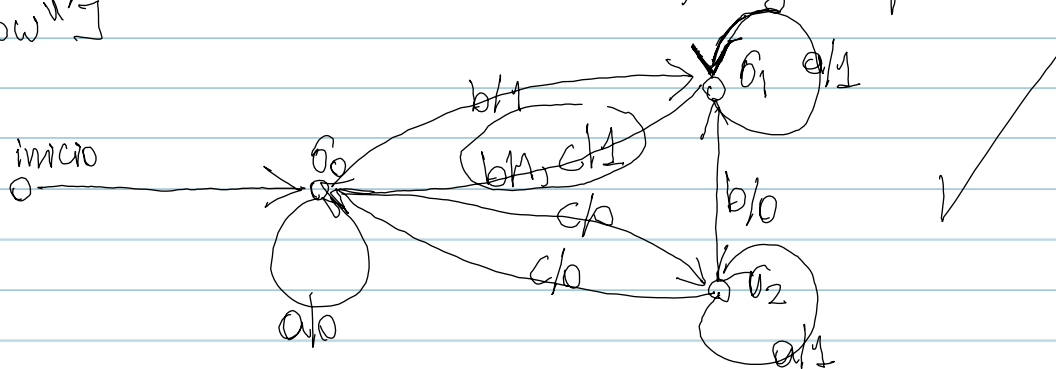


Ejemplo Construya el diagrama de transición de la máquina de estado finito $M = (Q, \Gamma, \delta, q^*, \Delta, \Sigma)$ con $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Gamma = \{a, b, c\}$, $\Delta = \{0, 1\}$, $q^* = q_0$ y:

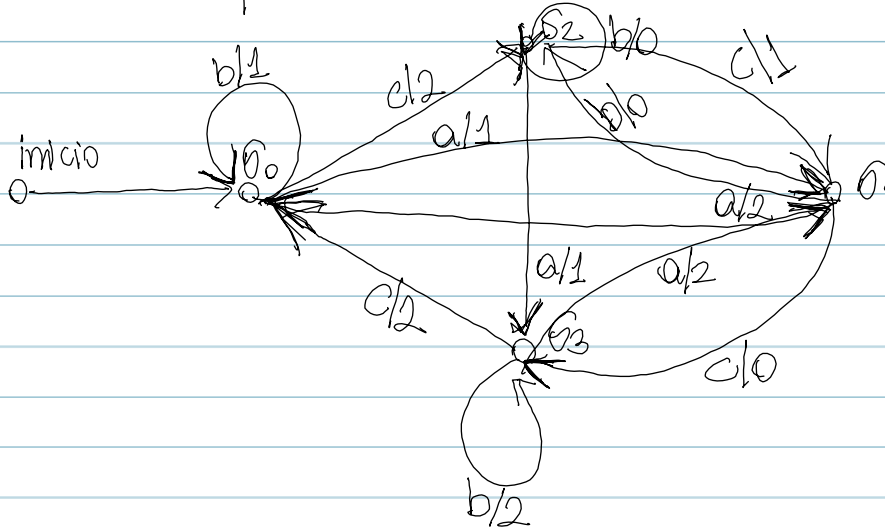


En Mathematica:

Graph Δ inicio $\rightarrow q_0$, $q_0 \rightarrow q_0$, $q_0 \rightarrow q_1$, $q_0 \rightarrow q_2$, $q_1 \rightarrow q_1$,
 $q_1 \rightarrow q_0$, $q_2 \rightarrow q_2$, $q_2 \rightarrow q_1$, $q_2 \rightarrow q_0$;
 EdgeLabels $\rightarrow \{q_0 \rightarrow q_0 \rightarrow "a/0"$, $q_0 \rightarrow q_1 \rightarrow "b/1"$,
 $q_0 \rightarrow q_2 \rightarrow "c/0"$, $q_1 \rightarrow q_1 \rightarrow "a/1"$, $q_1 \rightarrow q_0 \rightarrow "b/1, c/1"$,
 $q_2 \rightarrow q_2 \rightarrow "a/1"$, $q_2 \rightarrow q_1 \rightarrow "b/0"$, $q_2 \rightarrow q_0 \rightarrow "c/0"$ };
 VertexLabels $\rightarrow "Name"$; ImagePadding $\rightarrow 10$,
 EdgeStyle \rightarrow Arrowheads [Medium], EdgeShapeFunction \rightarrow
 "Arrow"]



Ejemplo Dado el diagrama de transición de una máquina de estado finito (M), $M = (Q, \Gamma, \delta, q^*, \Delta, \Sigma)$, mostrado a continuación, encuentre explícitamente cada una de sus componentes.



$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$$

$$\Gamma = \{a, b, c\}$$

$$\Sigma = \{0, 1, 2\}$$

$$q^* = q_0$$

	(q_0, a)	(q_0, b)	(q_0, c)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_1, c)
Δ	q_1	q_0	q_2	q_0	q_2	q_3
Σ	1	1	2	2	0	0

	(q_2, a)	(q_2, b)	(q_2, c)	(q_3, a)	(q_3, b)	(q_3, c)
Δ	q_3	q_2	q_1	q_1	q_3	q_0
Σ	1	0	1	2	2	2

Definición Sea $M = (Q, \Gamma, \delta, q^*, \Delta, \Sigma)$ una máquina de estado finito y $\alpha = x_1 x_2 \dots x_n$ una hilera de símbolos de entrada. El "string" de salida de α es una hilera de caracteres del conjunto Σ , $\beta = y_1 y_2 \dots y_n$ para los cuales existen un conjunto de estados q_0, q_1, \dots, q_n de Q tales que:

$$\begin{aligned} q^* &= q_0 \\ \Delta(q_0, x_1) &= q_1 \text{ y } \Sigma(q_0, x_1) = y_1 \\ \Delta(q_1, x_2) &= q_2 \text{ y } \Sigma(q_1, x_2) = y_2 \\ &\vdots \\ \Delta(q_{n-1}, x_n) &= q_n \text{ y } \Sigma(q_{n-1}, x_n) = y_n \end{aligned}$$

$$\boxed{\alpha \longrightarrow \beta}$$

Ejemplo Elabore una función en Mathematica que procese una hilera de símbolos de entrada en una MEF. Pruebe esta función sobre la máquina de estado finito dada, para procesar el "string" de símbolos de entrada $\alpha = a a a a a b b a c c b b b a c c b b a a c c a a b b b a c c c a c b c a$.

$$\checkmark Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \Gamma = \{a, b, c\}, \delta = \{0, 1, 2\}, q^* = q_0$$

	(q_0, a)	(q_0, b)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_0, c)	(q_1, c)
Δ	q_1	q_0	q_0	q_2	q_2	q_3
Σ	1	1	2	0	2	0

	(q_2, a)	(q_2, b)	(q_2, c)	(q_3, a)	(q_3, b)	(q_3, c)
Δ	q_3	q_2	q_1	q_1	q_3	q_0
Σ	1	0	1	2	2	2

En Mathematica: (estado, entrada) } { Δ (estado, entrada) ✓
 Ω (estado, entrada) ✓

```

StringSalida [M_List,  $\alpha$  ] :=
Module [  $\{EA = \{0\}, DS = \{1\}, dimensiones = Dimensions[M]\}$ ,
→ For [  $i = 1, i \leq Length[\alpha], DS = \{EA[i]\}$ ,
→ For [  $j = 1, j \leq dimensiones[[1]]$ ,  $fila = M[[j, i]]$ ;
If [  $EA == fila[[1]]$  &&  $DS == fila[[2]]$ ,
DS = Append[DS, fila[[4]]];  $EA = fila[[3]]$ ; Break[]];
j++]; i++]; Print[DS]]

```

Al correr StringSalida en la máquina de este ejemplo:

✓ $M = \{ \{ \{0, a, 0, 1\}, \{0, b, 0, 1\}, \{0, c, 0, 2\}, \{1, a, 0, 2\},$
 $\{1, b, 0, 0\}, \{1, c, 0, 0\}, \{2, a, 0, 1\}, \{2, b, 0, 0\},$
 $\{2, c, 0, 1\}, \{3, a, 0, 2\}, \{3, b, 0, 2\}, \{3, c, 0, 2\} \}$
✓ $\alpha = \{ a, a, a, a, a, b, b, a, c, c, b, b, b, a, c, c,$
 $c, c, a, a, b, b, b, a, c, c, c, a, c, b, c, a \}$

StringSalida [M, α]

1, 2, 1, 2, 1, 0, 0, 1, 2, 2, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 0,
0, 1, 2, 0, 2, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 0, 2, 2, 1, 2, 1, 2, 1

Ejemplo Desarrolle una función en Mathematica que procese una hilera de símbolos de entrada en una MEF, donde el usuario debe seleccionar el estado inicial. Realice un ciclo para probar esta función sobre la máquina de estado finito del ejemplo anterior, tomando a 0^* como cualquier estado de Ω y la misma hilera α de este ejemplo.

```

StringSalidaSEF [M_List,  $\alpha$ _,  $\sigma$ _] :=
→ For [  $h = 0, h \leq 3$ , Print["La hilera símbolos de salida con  $\sigma^* = "$ ,  $\sigma_h,$   

" es: "]; StringSalidaSEF [M,  $\alpha$ ,  $\sigma_h$ ]; h++]

```

Ejemplo Construya una máquina de estado finito que resuelva al procesar una cadena de símbolos de entrada, la suma entre dos números binarios. Para ello, se debe tomar en cuenta la tabla dada a continuación, donde se presentan las sumas básicas entre dos bits:

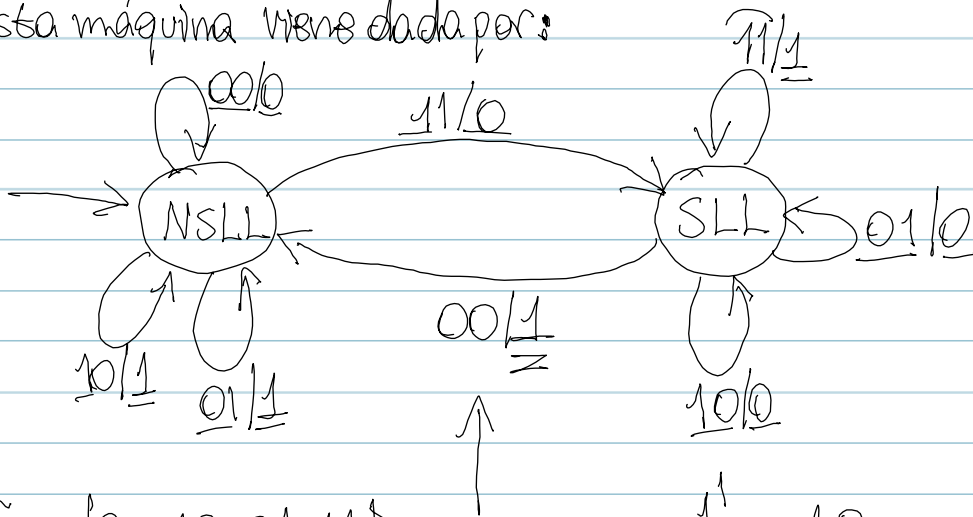
$$\begin{array}{r} 0 + 0 = 0 \\ 1 + 0 = 1 \\ 0 + 1 = 1 \\ 1 + 1 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 101101 \\ + 011110 \\ \hline 110111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 1 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110111 \\ \oplus 11 \\ \hline 110100 \end{array}$$

Esta máquina viene dada por:


$$\hat{T} = \{00, 10, 01, 11\}$$

NSLL y SLL

MEF { a ✓
b ✓ } (2) ✓

$\sqrt{a} = 0110$
 $\sqrt{b} = 0111$
 $a + b$

$\begin{array}{r} 11 \\ 10 \\ \hline 11 \end{array}$

10

② 0111100 ✓
 $\rightarrow 1011 \rightarrow 1101$

A collection of handwritten digits from 0 to 9 on lined paper. The digits are arranged in two rows. The first row contains 0, 1, 1, and 1. The second row contains 1, 1, 1, and 1. Below these, there is a large, stylized digit 0 with a horizontal line through it, and a digit 1 with a horizontal line through it.

$$\begin{array}{r} 01 \\ 0 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 0 \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

Ejemplo Recurriendo a las ideas expuestas en las soluciones de ejemplos anteriores, utilice una máquina de estado finito para desarrollar una función que suma dos números binarios.

Mediante Mathematica:

Suma Binaria [a_, b_] :=

Module [α, EA = NSLL, DS = α | α |,

M = {α | NSLL, "00", NSLL, 0 |, α | NSLL, "10", NSLL, 1 |,
| NSLL, "01", NSLL, 1 |, | NSLL, "11", SLL, 0 |,
| SLL, "00", NSLL, 1 |, | SLL, "10", SLL, 0 |,
| SLL, "01", SLL, 0 |, | SLL, "11", SLL, 1 |};

va = Characters[ToString[a]]; vb = Characters[ToString[b]];

While [Length[va] ≠ Length[vb],

→ If [Length[va] > Length[vb], vb = Prepend[vb, "0"],
va = Prepend[va, "0"]]; α = α | α |;

→ For [i = Length[va], i > 1,

α = Append[α, StringJoin[va[i], vb[i]]]; i --];

For [i = 1, i ≤ Length[α], DS = α[i];

For [j = 1, j ≤ 8, fila = M[j];

→ If [EA == fila[1] && DS == fila[2],

DS = Append[DS, fila[4]]; EA = fila[3]; Break[];

j ++; If [i == Length[α] && EA == SLL, DS = Append[DS, 1];

i ++];

vnb = Reverse[DS]; nb = "";

→ For [i = 1, i ≤ Length[vnb],

nb = StringJoin[nb, ToString[vnb[i]]]; i ++];

Print[nb];

Por ejemplo:

Suma Binaria [1100011101111110010,
10000111010111110000]

→ 101001110110111100010

Automatas de estado finito determinísticos DFA

Definieren un autómata de estado finito determinístico denotado DFA es una máquina de estado finito $A = (Q, Q_0, \delta, Q^*, \Delta, \Omega)$ con $\delta = \{0, 1\}^*$ y donde, en el diagrama de transición de A , todas las aristas que entran a un estado (q) , poseen el mismo símbolo de salida. Un estado (q) donde todas los lados entrantes tienen símbolo de salida 1 se llama "estado aceptado".

En este contexto: MFA

$$\begin{aligned} \Delta(M_i, a) &= 1 \\ \Delta(M_j, b) &= 1 \end{aligned} \Rightarrow \Omega(M_i, a) = \Omega(M_j, b)$$

$$\forall M_i, M_j \in Q$$

En Mathematica:

Make Automaton ✓
 Show Automaton ✓



"Finite Automata"

File / Install

Package ✓

<http://library.wolfram.com/info center/Demos/75>

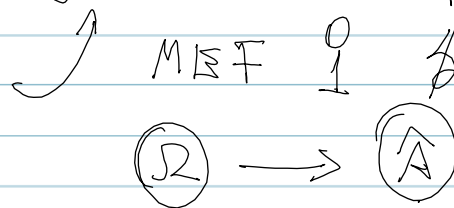
"M. Finite Automata" ✓



[Alon Levy]

[Make Automaton, Tipo, Q , δ , Q^* , EA, Δ]
 DFA o NDFA

Definición Un DFA es una 5-tupla $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \hat{A})$ con \hat{A} el conjunto de estados aceptados.



En Mathematica:

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \hat{A})$, con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $q_0 = q_0$, $\hat{A} = \{q_3\}$ y:

(Δ)	(q_0, a)	(q_0, b)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_2, a)	(q_2, b)	(q_3, a)	(q_3, b)
	q_0	q_1	q_2	q_1	q_3	q_1	q_0	q_1

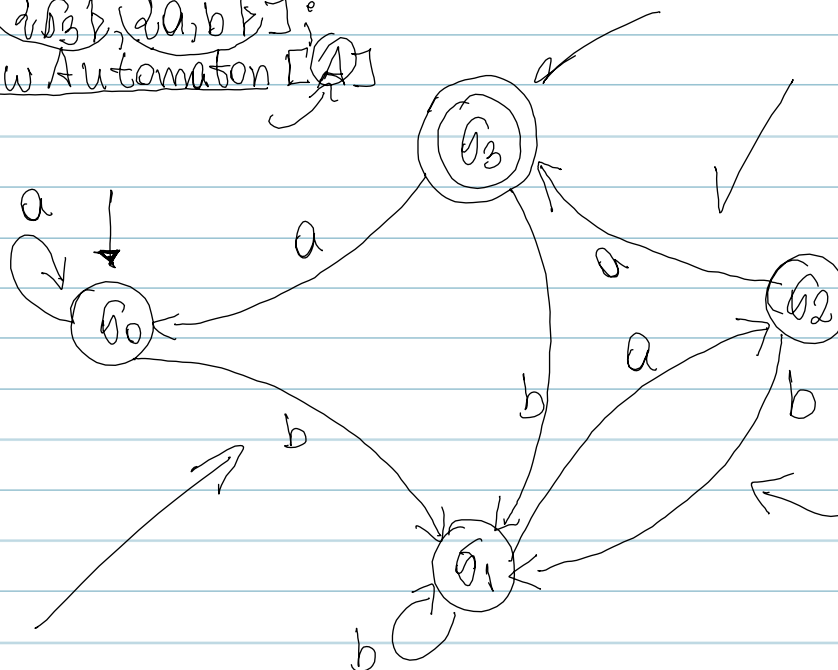
Luego en el software:

→ << Finite Automata

$(A = \text{MakeAutomaton} [\text{DFA}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

→ $\{ \{q_0, a, q_0\}, \{q_0, b, q_1\}, \{q_1, a, q_2\}, \{q_1, b, q_1\},$
 $\{q_2, a, q_3\}, \{q_2, b, q_1\}, \{q_3, a, q_0\}, \{q_3, b, q_1\} \}$

$\{q_0, \{q_3\}, \{a, b\} \}$
 Show Automaton [A]



Colored → True
 Embedding → Grid
 Embedding → Circular

Ejemplo Elabore con Mathematica el diagrama de transición del autómata de estado finito $A = (Q, \Gamma, Q^*, \Delta, \hat{A})$, con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Gamma = \{a, b, c\}$, $Q^* = \{q_0\}$, $\hat{A} = \{q_0, q_2\}$ y:

Δ $(q_0, a) \rightarrow q_3$ $(q_0, b) \rightarrow q_0$ $(q_0, c) \rightarrow q_1$ $(q_1, a) \rightarrow q_0$ $(q_1, b) \rightarrow q_3$ $(q_1, c) \rightarrow q_2$

Δ $(q_2, a) \rightarrow q_1$ $(q_2, b) \rightarrow q_1$ $(q_2, c) \rightarrow q_3$ $(q_3, a) \rightarrow q_0$ $(q_3, b) \rightarrow q_0$ $(q_3, c) \rightarrow q_3$

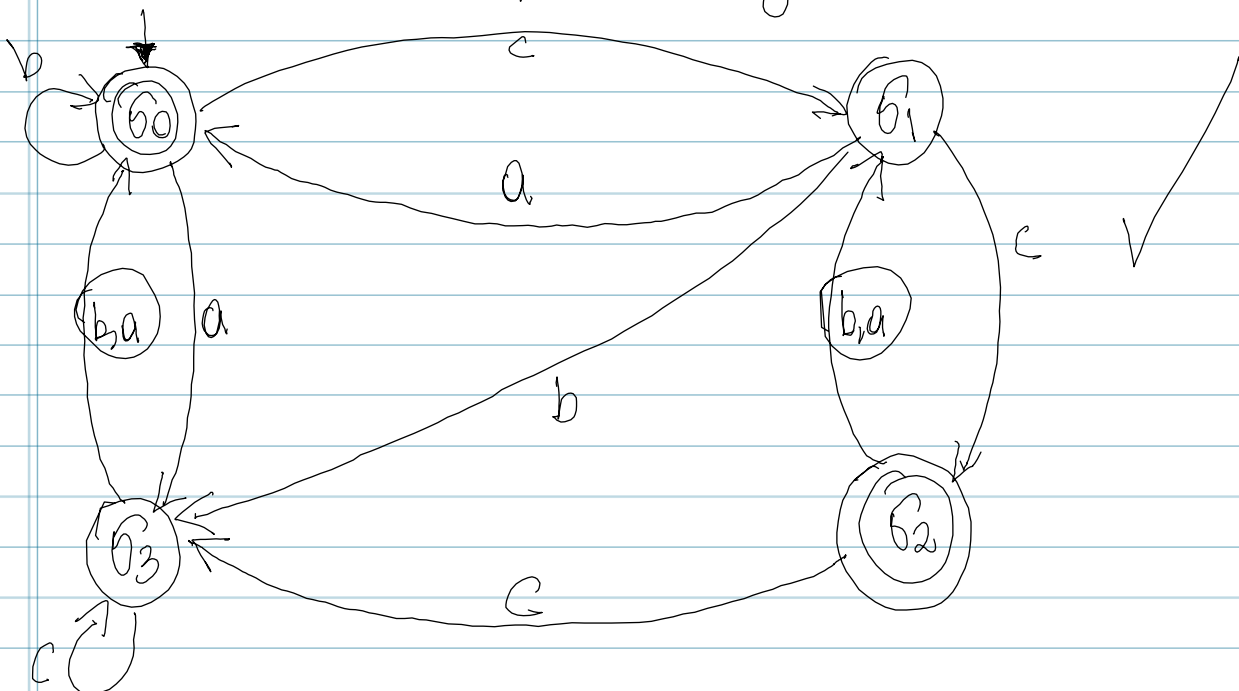
En Mathematica:

MakeFiniteAutomata ✓

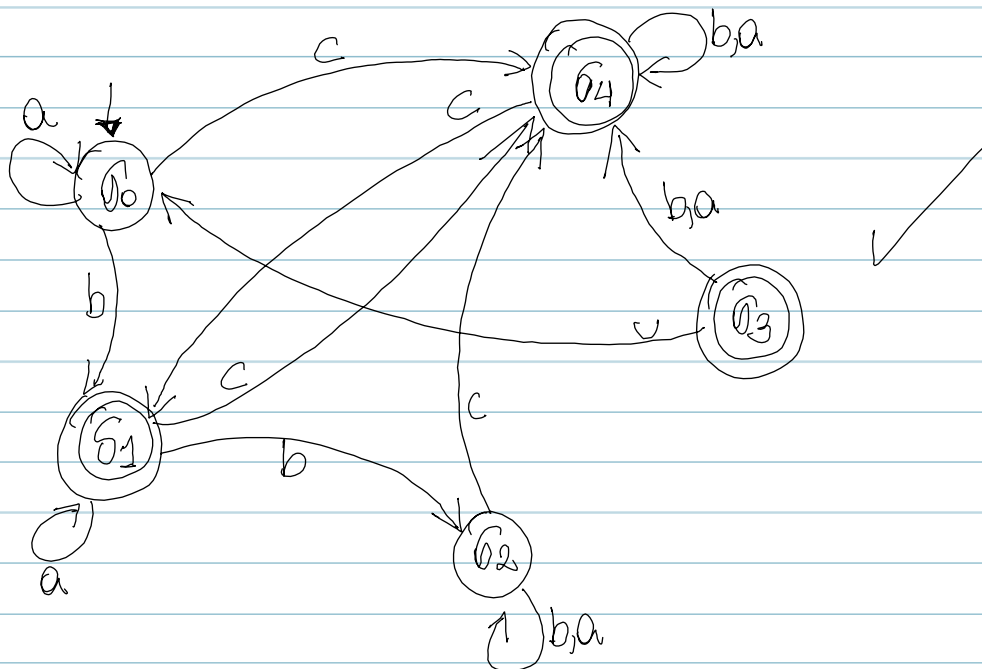
$A = \text{MakeAutomaton}[\text{DFA}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\},$

$\rightarrow \{q_0, a, q_3\}, \{q_0, b, q_0\}, \{q_0, c, q_1\}, \{q_1, a, q_0\},$
 $\{q_1, b, q_3\}, \{q_1, c, q_2\}, \{q_2, a, q_1\}, \{q_2, b, q_1\},$
 $\{q_2, c, q_3\}, \{q_3, a, q_0\}, \{q_3, b, q_0\}, \{q_3, c, q_3\},$
 $\{q_0\}, \{q_0, q_2\}, \{a, b, c\}]$ ✓

ShowAutomaton[A, Embedding \rightarrow End]



Ejemplo Determine las componentes como una 5-tupla, del autómata de estado finito dado por el diagrama de transición adjunto.



$$A = (Q, \Sigma, q^*, \Delta, \hat{A})$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}, \Sigma = \{a, b, c\}, q^* = q_0,$$

$$\hat{A} = \{q_1, q_3, q_4\}$$

$$\Delta$$

(q_0, a)	(q_0, b)	(q_0, c)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_1, c)
q_0	q_1	q_4	q_1	q_2	q_4

$$\Delta$$

(q_2, a)	(q_2, b)	(q_2, c)	(q_3, a)	(q_3, b)	(q_3, c)
q_2	q_2	q_4	q_4	q_4	q_0

$$\Delta$$

(q_4, a)	(q_4, b)	(q_4, c)
q_4	q_4	q_1

LLM Finite Automata

Pretty Print [A]

Final states are: $\{q_1, q_3, q_4\}$

También: States, Alphabet, Initial State, Transitions y Final States.

```

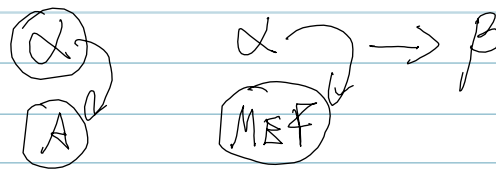
✓ Print ["Los estados del autómata son: ", States[A]] ✓
✓ Print ["Los símbolos de entrada son: ", Alphabet[A]] ✓
✓ Print ["El estado inicial es: ", InitialState[A]] ✓
✓ Print ["La función estado siguiente es: ", Transitions[A]] ✓
✓ Print ["Los estados aceptados son: ", FinalStates[A]] ✓

```

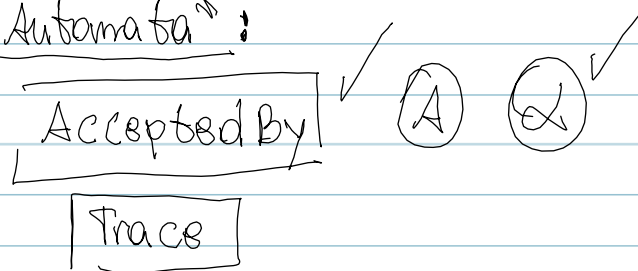
Definición sea $A = (Q, \Sigma, Q^*, \Delta, \hat{A})$ un autómata de estado finito determinístico y $\alpha = x_1 x_2 \dots x_n$ una hilera de símbolos de entrada, para la cual existen un conjunto de estados q_0, q_1, \dots, q_n de Q tales que:

$$\begin{aligned} q^* &= q_0 \checkmark \\ \Delta(q_0, x_1) &= q_1 \\ \Delta(q_1, x_2) &= q_2 \\ &\vdots \\ \Delta(q_{n-1}, x_n) &= q_n \end{aligned}$$

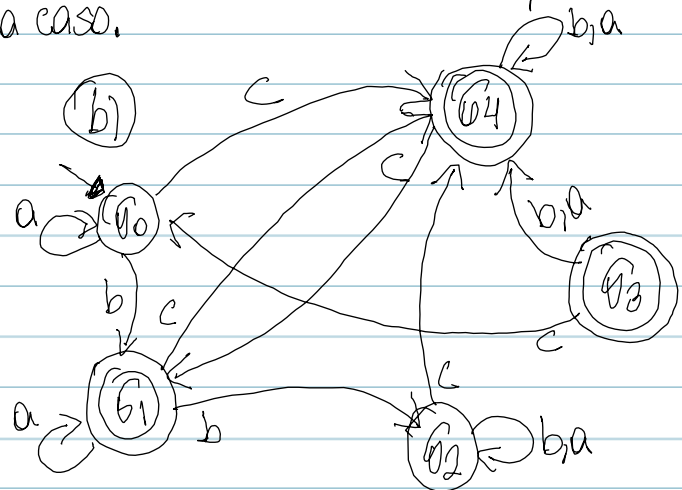
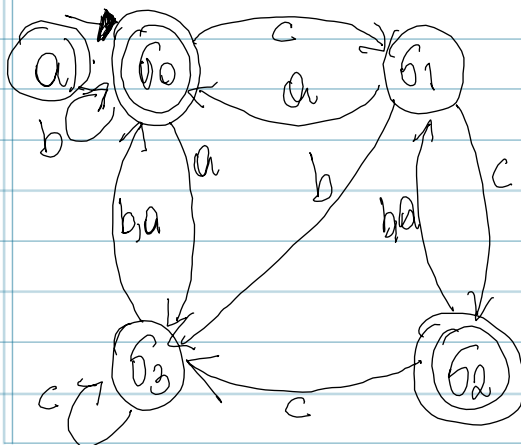
Se dice que α es aceptada si el último estado q_n es aceptado, es decir, $q_n \in \hat{A}$. En caso contrario, α es una hilera no aceptada.



El paquete "Finite Automata":



Ejemplo con ayuda de Mathematica establezca si la hilera de símbolos de entrada $\alpha = abcbbacabccabbac$ es aceptada en los autómatas dados en cada caso.



En el ejemplo (a):

<< M Finite Automata

(A) = Make Automaton [DFA, $\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$,
 $\{q_0, a, q_3\}$, $\{q_0, b, q_0\}$, $\{q_0, c, q_1\}$, $\{q_1, a, q_0\}$,
 $\{q_1, b, q_3\}$, $\{q_1, c, q_2\}$, $\{q_2, a, q_1\}$, $\{q_2, b, q_1\}$,
 $\{q_2, c, q_3\}$, $\{q_3, a, q_0\}$, $\{q_3, b, q_0\}$, $\{q_3, c, q_3\}$,
 q_0 , $\{q_0, q_2\}$, $\{q_0, b, c\}$];

Accepted By (A), $\{a, b, c, b, b, a, c, c, a, b, c, c, a, b, b, a, c\}$,
 [Trace]

$\{False, \{q_0, q_3, q_0, q_1, q_3, q_0, q_3, q_3, q_0, q_0, q_1, q_2, q_1, q_3, q_0, q_3, q_3\}$

En el ejemplo (b):

<< M Finite Automata

(A) = Make Automaton [DFA, $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$,
 $\{q_0, a, q_0\}$, $\{q_0, b, q_1\}$, $\{q_0, c, q_4\}$, $\{q_1, a, q_1\}$,
 $\{q_1, b, q_2\}$, $\{q_1, c, q_4\}$, $\{q_2, a, q_2\}$, $\{q_2, b, q_2\}$,
 $\{q_2, c, q_4\}$, $\{q_3, a, q_4\}$, $\{q_3, b, q_4\}$, $\{q_3, c, q_0\}$,
 $\{q_4, a, q_4\}$, $\{q_4, b, q_4\}$, $\{q_4, c, q_1\}$, q_0 , $\{q_1, q_3, q_4\}$,
 $\{q_0, b, c\}$];

Accepted By (A), $\{a, b, c, b, b, a, c, c, a, b, c, c, a, b, b, a, c\}$,
 [Trace]

$\{True, \{q_0, q_0, q_1, q_4, q_4, q_4, q_4, q_1, q_4, q_4, q_4, q_1, q_4, q_4, q_4, q_4, q_4, q_1\}$

Definición Dos autómatas (A), (B) se dice que son equivalentes si aceptan las mismas hileras de símbolos de entrada. Al conjunto de hileras aceptadas por un autómata (A), denotado A^0 se le llama lenguaje del autómata.

$A \equiv B \iff A \text{ y } B \text{ son autómatas equivalentes}$

En "Finite Automata":

Equivalent AutomataQ [A, B]

Ejemplo Diseña en Mathematica una función que retorne los diagramas de transición de dos autómatas equivalentes seudorandomos, con n estados y m símbolos de entrada. Las hileras aceptadas tienen que ser de longitud menor o igual a k , con k un parámetro de la función.

En "Finite Automata":

Random Automaton [n, m]

$\sigma \rightarrow \hat{A}$

LanguageSize [A, -k]

En Mathematica:

```

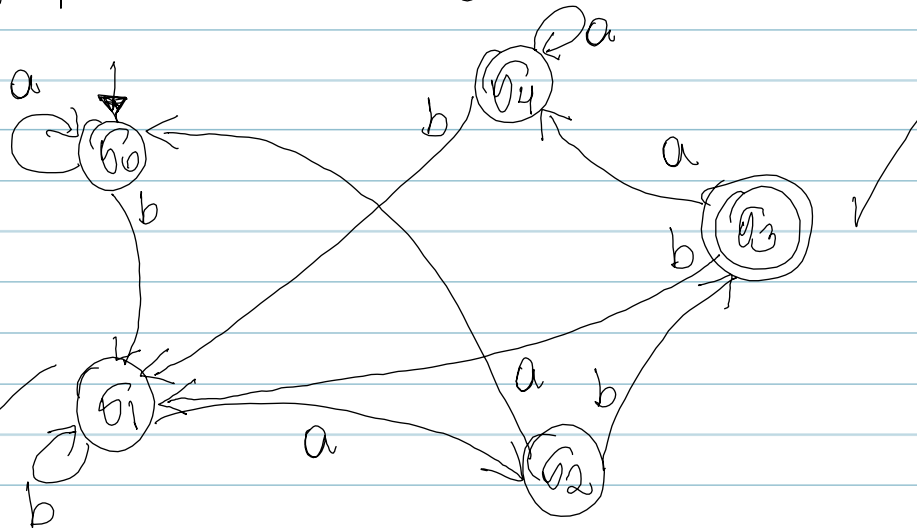
-> << "Finite Automata"
-> AutomatasEquivalentes [n, m, k] :=
Module [d, A = RandomAutomaton [n, m, 0.5],
B = RandomAutomaton [n, m, 0.5],
While [EquivalentAutomataQ [A, B] == False,
-> LanguageSize [A, -k] == 0, A = RandomAutomaton [n, m, 0.5],
B = RandomAutomaton [n, m, 0.5]];
-> Print [ShowAutomaton [A], " ", ShowAutomaton [B]]]

```

Ejemplo Elabora en Mathematica una función que devuelva los diagramas de transición de dos autómatas equivalentes seudorandomos, con n estados y m símbolos de entrada. Las autómatas deben aceptar hileras de alguna longitud.

LanguageSize [A, -k] == 0
Empty AutomatonQ [A] == True

Ejemplo Encuentre el language del autómata dado a continuación.



En "Finite Automata":

Languages [A, -K]

En este ejemplo:

$\angle \angle M \text{ Finite Automata}$

(A) = Make Automaton [DFA, d, q0, q1, q2, q3, q4],
 d, q0, a, q0, b, q1, d, q1, a, q2, d, q1, b, q1,
 d, q2, a, q0, d, q2, b, q3, d, q3, a, q4, d, q3, b, q1,
 d, q4, a, q4, d, q4, b, q1, q0, d, q3, {a, b}];

Languages [A, -F]

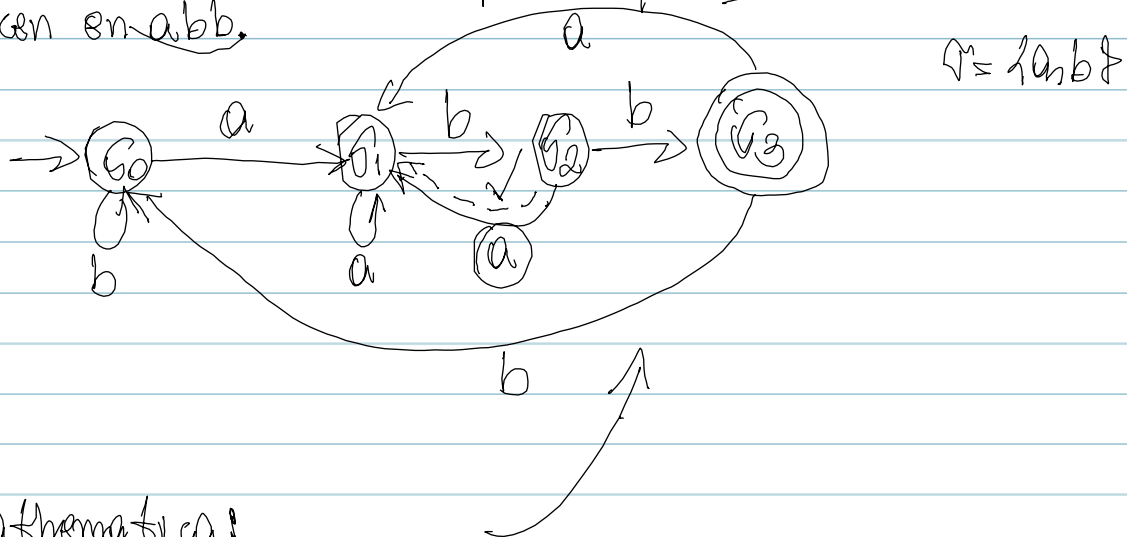
(A) = $\{ \alpha / \alpha \text{ es una hilera de símbolos de } \Sigma \text{ que finaliza en } \text{bab} \}$

Otro comando: Minimize Automaton [A]

(B)

Diseño de autómatas de estado finito determinísticos

Ejemplo Diseña un DFA que acepte únicamente hilos que finalicen en abb.



In Mathematica:

%% Finite Automata

A = MakeAutomaton [DFA,

{q0, q1, q2, q3},

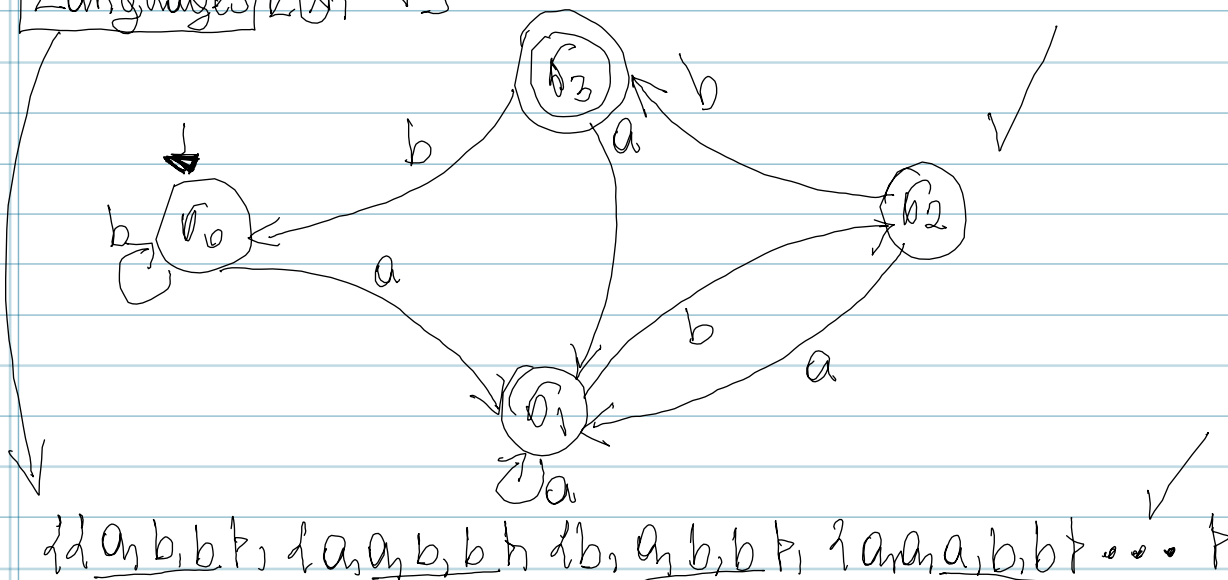
{q0, a, q1}, {q0, b, q0}, {q1, a, q1}, {q1, b, q2},

{q2, a, q2}, {q2, b, q3}, {q3, a, q1}, {q3, b, q0},

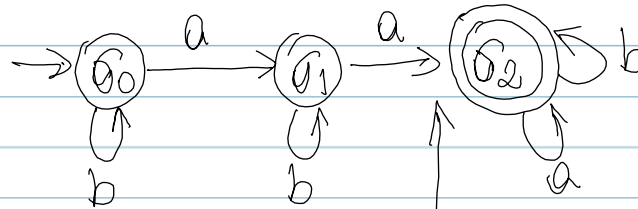
q0, {q3}, {abb}];

ShowAutomaton [A]

Languages [A, -7]



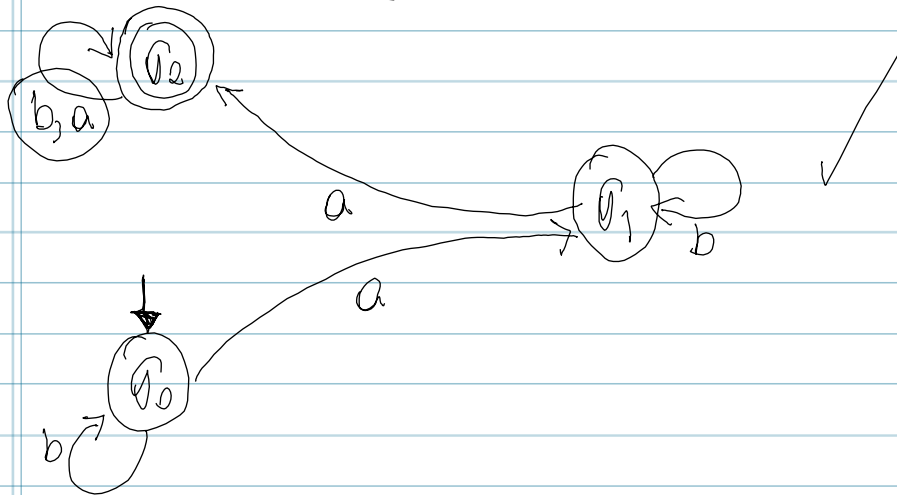
Ejemplo Elabore un autómata de estado finito donde las hileras con al menos dos letras "a" sean aceptadas. Supóngase $\Sigma = \{a, b\}$.



En Mathematica:

<< Finite Automata

A = Make Automaton [DFA, { q0, q1, q2 },
 { q0, a, q1 }, { q0, b, q0 }, { q1, a, q2 }, { q1, b, q1 },
 { q2, a, q2 }, { q2, b, q2 }, { q0, { q2 }, { a, b }];
 → Show Automaton [A]



Para probar el autómata creado:

```

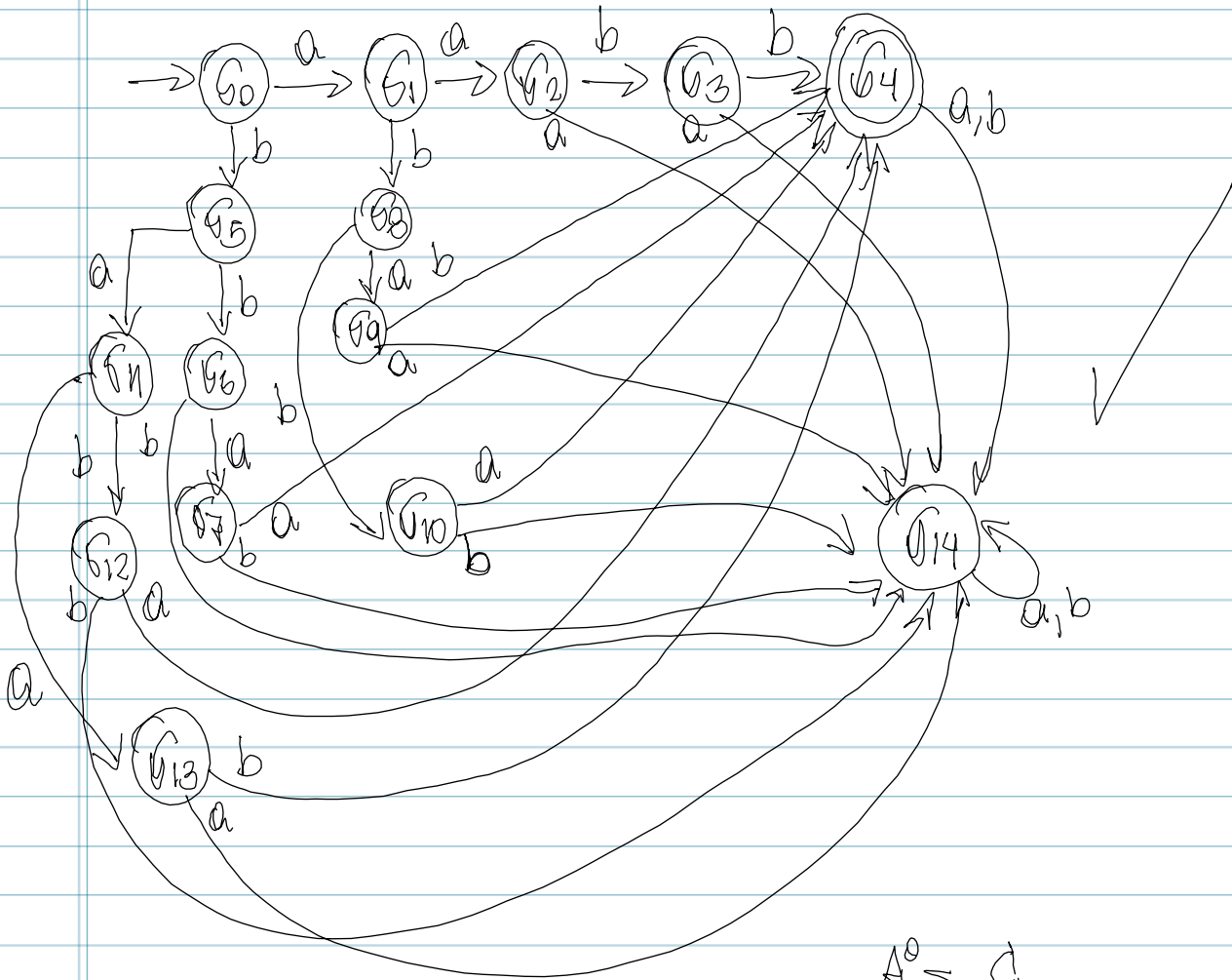
L = Languages [A, -20];
V1 = True;
For [i = 1, i ≤ Length [L], { cont = Count [ L[[i]], a ];
  If [ cont ≤ 1 || cont ≤ 0, V1 = False; Break [] ]; i++ ]
If [ V1 == True, Print [ "Prueba exitosa" ] ]
Print [ "Prueba no exitosa" ] ]

```

Prueba exitosa

Ejemplo Construya el diagrama de transición de un DFA que acepte
 palabras que contengan exactamente dos a y dos b.

$$C = \{aabb, bbaa, abab, abba, baba, baab\}$$



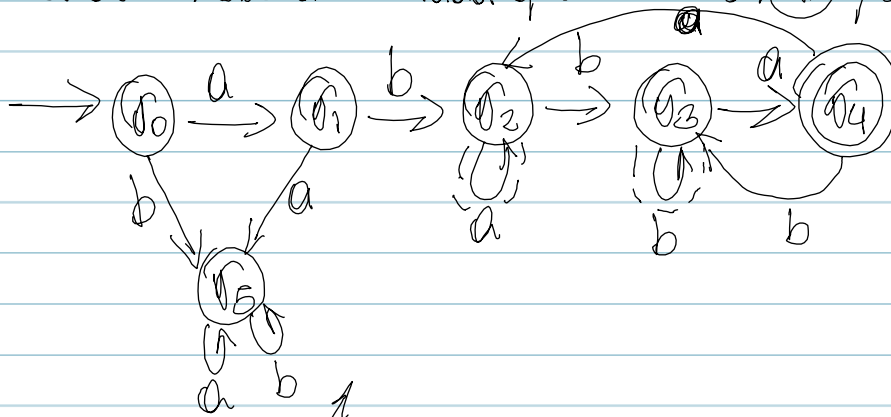
En Mathematica:

Languages $[A, -K]$

$K \geq 4$

Minimize Automaton $[A]$

Ejemplo Desarrolle un autómata de estado finito que acepte cualquier
 hilera de símbolos de entrada que inicie con (ab) y termine con (ba).



Para verificar:

① = Languages [A, -20];

→ v1 = True;

→ For [i=1, i ≤ Length [L], v = L[i];

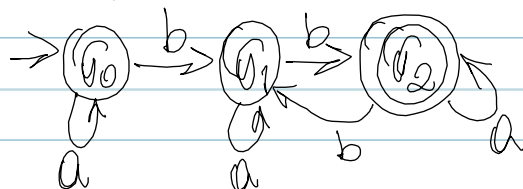
→ If [ToString [v[1]] ≠ "a" || ToString [v[2]] ≠ "b" ||

ToString [v[Length [v]]] ≠ "a" || ToString [v[Length [v]-1]]

≠ "b", v1 = False; Break [i]; i++]

If [v1 == True, Print ["Prueba exitosa"]; Print ["Prueba no exitosa"]]

Ejemplo Diseñe el diagrama de transición de un DFA que acepte
 hilera de (a) donde exista un número par de letras b. Se asume $T = \{a, b\}$.



Un experimento:

① = Languages [A, -20];

→ v1 = True;

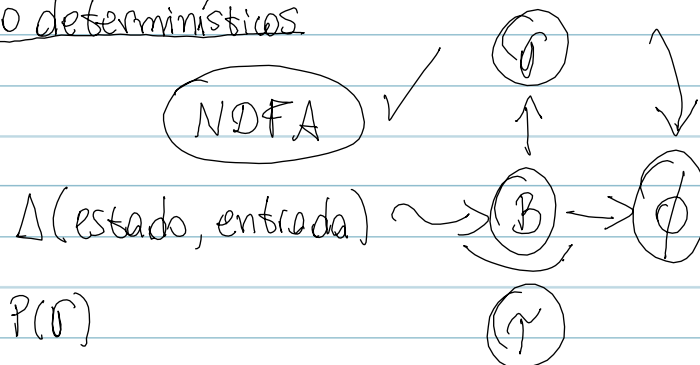
→ For [i=1, i ≤ Length [L], cant = Count [L[i]](b);

→ If [Odd [cant] == True, v1 = False; Break [i]; i++]

→ If [v1 == True, Print ["Prueba exitosa"]]

Print ["Prueba no exitosa"]]

Automatas no determinísticos



Definición Un autómata no determinístico denotado N DFA ✓ es una 5-tupla $A = (Q, \Gamma, Q^*, \Delta, \hat{A})$, donde:

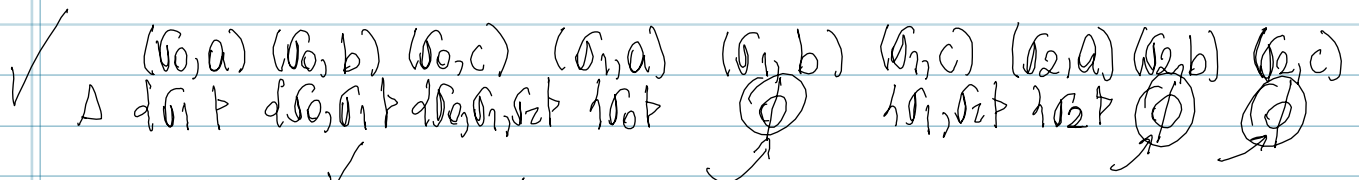
$$\Delta: Q \times \Gamma \rightarrow P(Q) \quad \checkmark$$

Siendo $P(Q)$ el conjunto potencia de Q , es decir, $P(Q)$ contiene todos los subconjuntos del conjunto de estados.

En Mathematica:

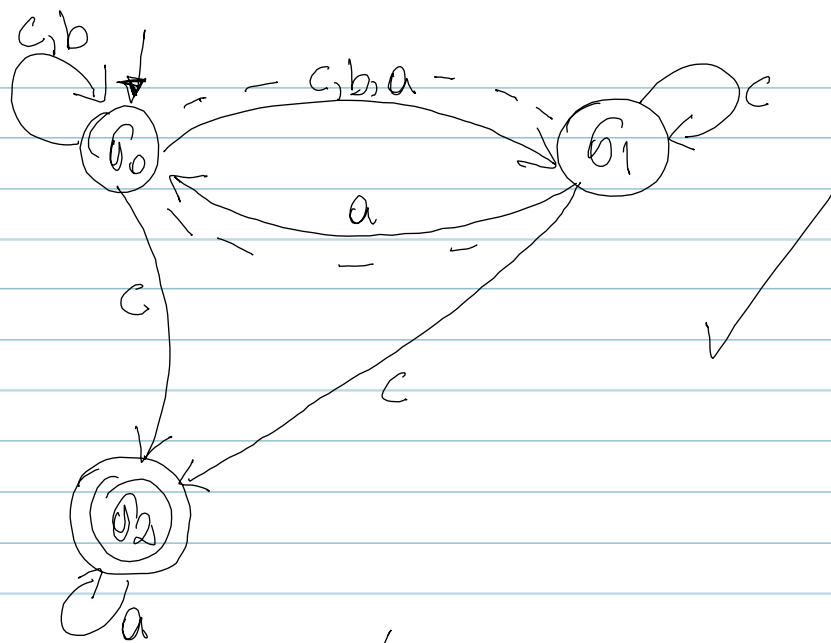
N DFA ✓
 Make Automaton ✓
 Show Automaton ✓

Ejemplo Elabore en Mathematica el diagrama de transición del autómata de estado finito no determinístico $A = (Q, \Gamma, Q^*, \Delta, \hat{A})$, con $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Gamma = \{a, b, c\}$, $Q^* = q_0$, $\hat{A} = \{q_2\}$ y:



En el software:

→ LLM Finite Automata ✓
 → (A) = Make Automaton ✓ [N DFA, $\{q_0, q_1, q_2\}$,
 $\{q_0, q_1, q_2\}$, $\{q_0, q_1, q_2\}$, $\{q_0, q_1, q_2\}$, $\{q_0, q_1, q_2\}$,
 $\{q_1, q_2\}$, $\{q_0\}$, $\{q_1, q_2\}$, $\{q_1, q_2\}$, $\{q_1, q_2\}$,
 $\{q_2\}$, \emptyset , $\{q_2\}$, \emptyset , \emptyset]
 → Show Automaton [(A), Embedding → Brd]



$\alpha = \underline{aaab}$ ✓

Definición Sea $A = (Q, \Sigma, q^*, \Delta, \hat{A})$ un autómata de estado finito no determinístico y $\alpha = x_1 x_2 \dots x_n$ una hilera de símbolos de entrada, también dada por $\alpha = x_1 x_2 \dots x_n$. Se dice que α es aceptada si existe al menos una ruta obtenida a través de la función Δ , donde α finalice en un estado aceptado.

Accepted By ✓

Ejemplo Deseo el diagrama de transición del NFA $A = (Q, \Sigma, q^*, \Delta, \hat{A})$, con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $q^* = q_0$, $\hat{A} = \{q_1, q_2\}$ y:

	(q_0, a)	(q_0, b)	(q_0, c)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_1, c)
Δ	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_0\}$	\emptyset	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
	(q_2, a)	(q_2, b)	(q_2, c)	(q_3, a)	(q_3, b)	(q_3, c)
Δ	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0\}$	$\{q_0\}$

Determine además, si las siguientes hileras de símbolos de entrada son aceptadas $\alpha = \underline{accbaacacccacbb}$ y $\beta = \underline{bcbbbbccacccacbaa}$.

In Mathematics:

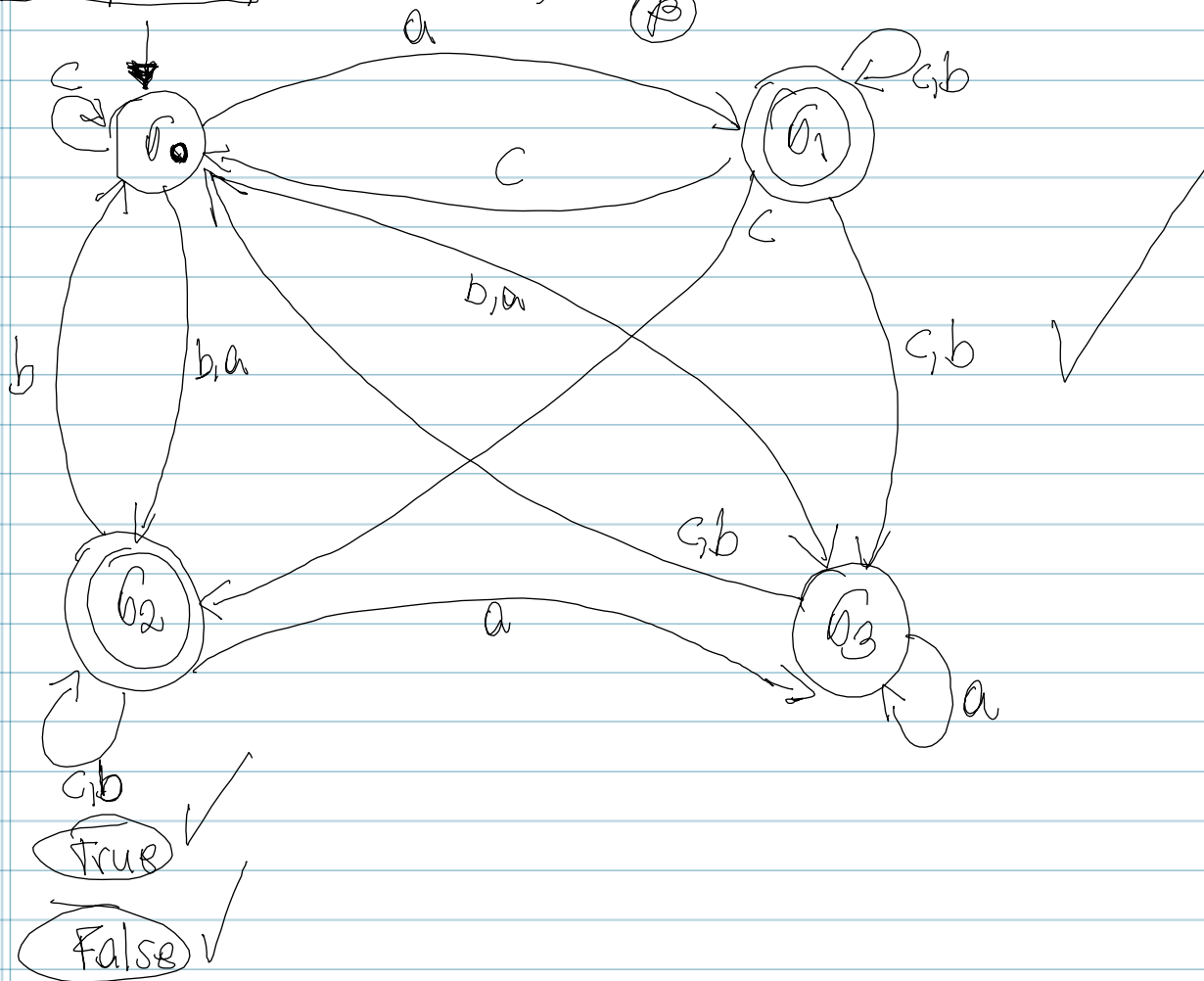
< Finite Automata ✓

(A) Make Automaton [NFA, $\{Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$,
 $\{Q_0, a, Q_1, Q_2, Q_3\}$, $\{Q_0, b, Q_2, Q_3\}$, $\{Q_0, c, Q_0\}$,
 $\{Q_1, a, Q_1\}$, $\{Q_1, b, Q_1, Q_3\}$, $\{Q_1, c, Q_0, Q_1, Q_2, Q_3\}$,
 $\{Q_2, a, Q_3\}$, $\{Q_2, b, Q_0, Q_2\}$, $\{Q_2, c, Q_2\}$,
 $\{Q_3, a, Q_3\}$, $\{Q_3, b, Q_0\}$, $\{Q_3, c, Q_0\}$, Q_0 ,
 $\{Q_1, Q_2\}$, $\{a, b, c\}$]

→ Show Automaton [A, Embedding → Grid]

→ Accepted By [A, $\{a, c, c, b, a, a, c, a, a, c, c, c, a, c,$
 $b, b, b\}$]

→ Accepted By [A, $\{b, c, b, b, b, b, c, c, a, a, c, c, a, c, b, a, a\}$]



Teorema Sea $A = (Q, \Sigma, Q^*, \Delta, \hat{A})$ un NDFA entonces el autómata $A' = (P(Q), \Sigma, \{\emptyset\}, \Delta', \hat{A}')$ es equivalente a A , con:

1. $P(Q)$ el conjunto potencia de Q
2. $\Delta': P(Q) \times \Sigma \rightarrow P(Q)$ tal que: $\Delta'(\emptyset, x) = \emptyset$ y
 $\Delta'(B, x) = \bigcup_{q \in B} \Delta(q, x)$, $\forall x, x \in \Sigma, \forall B, B \in P(Q)$
3. $\hat{A}' = \{B \in P(Q) / \hat{A} \cap B \neq \emptyset\}$

Ejemplo Considere el NDFA siguiente, encuentre otro autómata determinístico equivalente.

$A = (Q, \Sigma, Q^*, \Delta, \hat{A})$, $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $Q^* = \{q_0\}$,

$\hat{A} = \{q_2\}$ y:

	(q_0, a)	(q_0, b)	(q_0, c)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_1, c)	(q_2, a)	(q_2, b)	(q_2, c)
Δ	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0\}$	\emptyset	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$	\emptyset	\emptyset

$A' = (P(Q), \Sigma, \{\emptyset\}, \Delta', \hat{A}')$;

$P(Q) = \{\emptyset, \{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_0, q_1\}, \{q_0, q_2\}, \{q_1, q_2\}, \{q_0, q_1, q_2\}\}$
 $2^3 = 8$ M_0 M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7

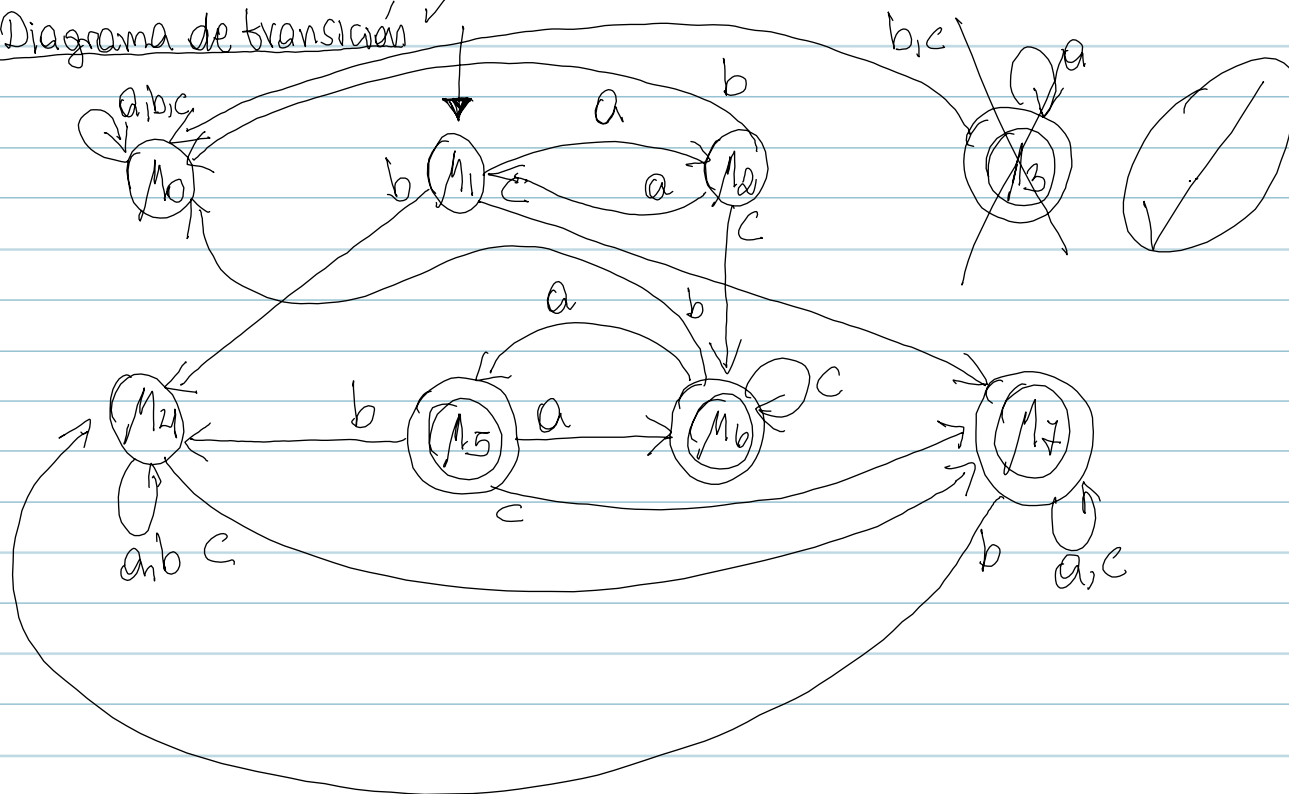
$\Sigma = \{a, b, c\}$

$M^* = M_1$

$\hat{A}' = \{M_3, M_5, M_6, M_7\}$

Δ'	a	b	c
M_0	M_0	M_0	M_0
M_1	M_2	M_4	M_7
M_2	M_1	M_0	M_6
M_3	M_3	M_0	M_0
M_4	M_4	M_4	M_7
M_5	M_6	M_4	M_7
M_6	M_5	M_0	M_6
M_7	M_7	M_4	M_7

Diagrama de transición



Ejemplo Tomando como base el autómata no determinístico dado,
 determine un DFA equivalente y simplifique su diagrama de transición.
 $A = (Q, \Sigma, Q^*, \Delta, \hat{A})$, con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $Q^* = q_0$,
 $\hat{A} = \{q_1\}$ y:

(q_0, a)	(q_0, b)	(q_1, a)	(q_1, b)	(q_2, a)	(q_2, b)	(q_3, a)	(q_3, b)
$\{q_1\}$	$\{q_3\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$	\emptyset	$\{q_1, q_2, q_3\}$	\emptyset	\emptyset

$$A' = (P(Q), \Sigma, \{q_0\}, \Delta', \hat{A}')$$

$$P(Q) = \{ \emptyset, \{q_0\}, \{q_1\}, \{q_2\}, \{q_3\}, \{q_0, q_1\}, \{q_0, q_2\}, \{q_0, q_3\}, \{q_1, q_2\}, \{q_1, q_3\}, \{q_2, q_3\}, \{q_0, q_1, q_2\}, \{q_0, q_1, q_3\}, \{q_0, q_2, q_3\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_0, q_1, q_2, q_3\} \}$$

$$\hat{A}' = \{ \{q_1\} \}$$

$$\Delta' = \{ \begin{aligned} &\{q_0, q_1\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2\} \quad \{q_0, q_1\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \\ &\{q_0, q_2\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2\} \quad \{q_0, q_2\} \xrightarrow{b} \{q_1, q_2, q_3\} \\ &\{q_0, q_3\} \xrightarrow{a} \{q_3\} \quad \{q_0, q_3\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \\ &\{q_1, q_2\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2\} \quad \{q_1, q_2\} \xrightarrow{b} \{q_1, q_2, q_3\} \\ &\{q_1, q_3\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2, q_3\} \quad \{q_1, q_3\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \\ &\{q_2, q_3\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2, q_3\} \quad \{q_2, q_3\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \\ &\{q_0, q_1, q_2\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2\} \quad \{q_0, q_1, q_2\} \xrightarrow{b} \{q_1, q_2, q_3\} \\ &\{q_0, q_1, q_3\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2, q_3\} \quad \{q_0, q_1, q_3\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \\ &\{q_0, q_2, q_3\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2, q_3\} \quad \{q_0, q_2, q_3\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \\ &\{q_1, q_2, q_3\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2, q_3\} \quad \{q_1, q_2, q_3\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \\ &\{q_0, q_1, q_2, q_3\} \xrightarrow{a} \{q_1, q_2, q_3\} \quad \{q_0, q_1, q_2, q_3\} \xrightarrow{b} \{q_3\} \end{aligned} }$$

$$\Sigma = \{a, b\}$$

$$Q^* = q_1$$

$$\hat{A}' = \{ \{q_1\} \}$$

Δ'	a	b	Δ'	a	b
$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
$\{q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$	$\{q_1, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_1, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_0, q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
$\{q_0, q_1, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$			
$\{q_0, q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$			
$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$			
$\{q_0, q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_1, q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$			

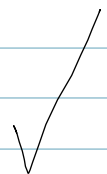
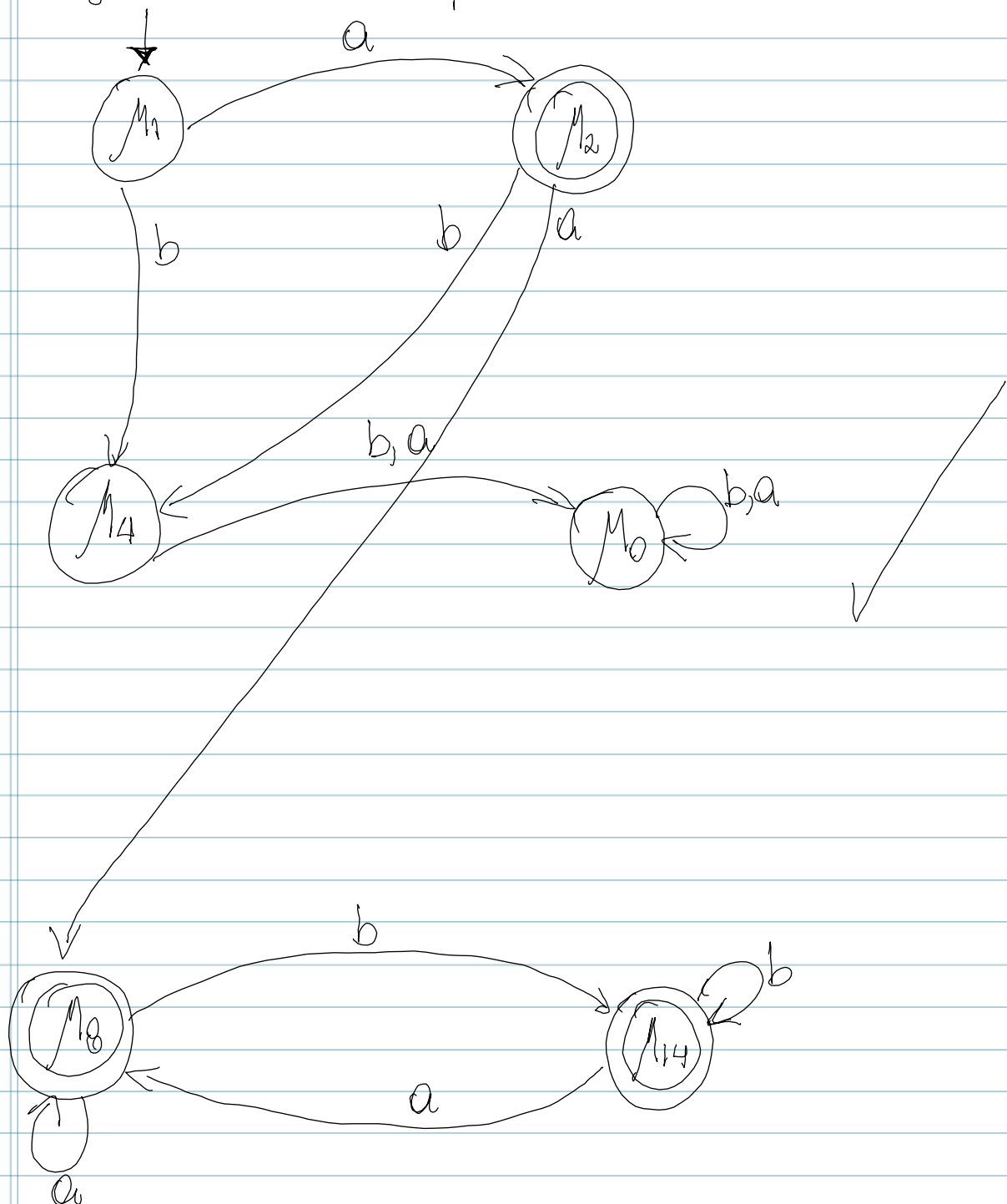


Diagrama de transición simplificado:



✓ Ejemplo considere el autómata no determinístico $(A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, A))$ con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $q_0 = q_0$, $A = \{q_1, q_2, q_3\}$ y:

Δ (q_0, a) $\{q_2, q_3\}$ (q_0, b) $\{q_1\}$ (q_0, c) $\{q_1, q_2, q_3\}$ (q_1, a) $\{q_2, q_3, q_4\}$ (q_1, b) $\{q_1\}$ (q_1, c) \emptyset

Δ (q_2, a) $\{q_4\}$ (q_2, b) $\{q_3, q_2\}$ (q_2, c) $\{q_3, q_1, q_2\}$ (q_3, a) \emptyset (q_3, b) $\{q_3\}$ (q_3, c) $\{q_4\}$

Δ (q_4, a) $\{q_0, q_3\}$ (q_4, b) $\{q_2\}$ (q_4, c) \emptyset

Halle un autómata determinístico equivalente y simplifique su diagrama de transición.

$$|P(w)| = 2^5 = 32, \quad (\Delta')$$

Autom Deter Equivalente (A')

Los estados son: $M_0 = \{ \}$, $M_1 = \{q_0\}$, $M_2 = \{q_1\}$, $M_3 = \{q_2\}$, $M_4 = \{q_3\}$,
 $M_5 = \{q_4\}$, $M_6 = \{q_0, q_1\}$, $M_7 = \{q_0, q_2\}$, $M_8 = \{q_0, q_3\}$,
 $M_9 = \{q_0, q_4\}$, $M_{10} = \{q_1, q_2\}$, $M_{11} = \{q_1, q_3\}$, $M_{12} = \{q_1, q_4\}$,
 $M_{13} = \{q_2, q_3\}$, $M_{14} = \{q_2, q_4\}$, $M_{15} = \{q_3, q_4\}$, $M_{16} = \{q_0, q_1, q_2\}$,
 $M_{17} = \{q_0, q_1, q_3\}$, $M_{18} = \{q_0, q_1, q_4\}$, $M_{19} = \{q_0, q_2, q_3\}$,
 $M_{20} = \{q_0, q_2, q_4\}$, $M_{21} = \{q_0, q_3, q_4\}$, $M_{22} = \{q_1, q_2, q_3\}$,
 $M_{23} = \{q_1, q_2, q_4\}$, $M_{24} = \{q_1, q_3, q_4\}$, $M_{25} = \{q_2, q_3, q_4\}$,
 $M_{26} = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $M_{27} = \{q_0, q_1, q_2, q_4\}$, $M_{28} = \{q_0, q_1, q_3, q_4\}$,
 $M_{29} = \{q_0, q_2, q_3, q_4\}$, $M_{30} = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $M_{31} = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$

Los símbolos de entrada corresponden a: $\{a, b, c\}$

El estado inicial del autómata equivalente es: M_2

Los estados aceptados son: $\{M_2, M_3, M_4, M_6, M_7, M_8, M_{10}, M_{11}, M_{12}, M_{14}, M_{15}, M_{16}, M_{17}, M_{18}, M_{19}, M_{20}, M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{24}, M_{25}, M_{26}, M_{27}, M_{28}, M_{29}, M_{30}, M_{31}\}$

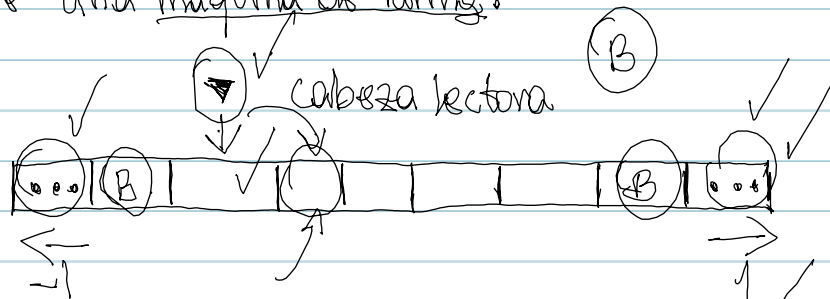
(A)	a	b	c	(A')
M ₀	M ₀	M ₀	M ₀	
M ₁	M ₁₃	M ₂	M ₂₂	
M ₂	M ₂₅	M ₂	M ₀	
M ₃	M ₅	M ₁₀	M ₁₆	
M ₄	M ₂₆	M ₄	M ₅	
M ₅	M ₈	M ₃	M ₀	
M ₆	M ₂₅	M ₂	M ₁₂	
M ₇	M ₂₅	M ₁₀	M ₂₆	
M ₈	M ₂₆	M ₁₁	M ₃₀	
M ₉	M ₁₉	M ₁₀	M ₂₂	
M ₁₀	M ₂₅	M ₁₀	M ₁₆	
M ₁₁	M ₃₁	M ₁₁	M ₅	
M ₁₂	M ₂₉	M ₁₀	M ₀	
M ₁₃	M ₃₁	M ₂₂	M ₂₇	
M ₁₄	M ₂₁	M ₁₀	M ₁₆	
M ₁₅	M ₂₆	M ₁₃	M ₅	
M ₁₆	M ₂₅	M ₁₀	M ₂₆	
M ₁₇	M ₃₁	M ₁₁	M ₃₀	
M ₁₈	M ₂₉	M ₁₀	M ₂₂	
M ₁₉	M ₃₁	M ₂₂	M ₃₁	
M ₂₀	M ₂₉	M ₁₀	M ₂₆	
M ₂₁	M ₂₆	M ₂₂	M ₃₀	
M ₂₂	M ₃₁	M ₂₂	M ₂₇	
M ₂₃	M ₂₉	M ₁₀	M ₁₆	
M ₂₄	M ₃₁	M ₂₂	M ₅	
M ₂₅	M ₃₁	M ₂₂	M ₂₇	
M ₂₆	M ₃₁	M ₂₂	M ₃₁	
M ₂₇	M ₂₉	M ₁₀	M ₂₆	
M ₂₈	M ₃₁	M ₂₂	M ₃₀	
M ₂₉	M ₃₁	M ₂₂	M ₃₁	
M ₃₀	M ₃₁	M ₂₂	M ₂₇	
M ₃₁	M ₃₁	M ₂₂	M ₃₁	

Máquinas de Turing

Alan Turing → 1936

- 1) No son el único modelo teórico
- 2) No se presenta teoría de la indecidibilidad

Informalmente una máquina de Turing:



Definición una máquina de Turing denotada como MT es una 7-tupla $MT = (Q, \Gamma, \delta, q_0, \hat{A}, \Gamma, B)$ con:

1. Q un conjunto de estados.

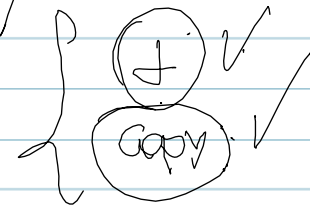
2. Γ un conjunto de símbolos de entrada.

3. q_0 el estado inicial.

4. δ la función de transición cuya imagen en un par ordenado (estado, cinta) es un triplete (estado, cinta, movimiento), donde $Q \ni$ estado $\in \Gamma$ y movimiento indica el desplazamiento de la cabeza lectora a la izquierda (-1), o bien, a la derecha (+1). En algunas pares ordenados, δ podría no devolver ningún resultado. En estos casos, se interpreta que su imagen es igual al mismo estado y símbolo de cinta, con movimiento nulo (0). El movimiento nulo significa que la máquina se detiene.

5. \hat{A} el conjunto de estados aceptados. Al entrar a uno de estos estados, el movimiento subsiguiente de la máquina debe ser nulo.

6. B un conjunto de símbolos de cinta ($\emptyset \subseteq \Gamma, B \in \Gamma$).



Ejemplo Considere la máquina de Turing dada a continuación. Verifique que su lenguaje es de la forma $\{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. $MT = (Q, \Gamma, \delta, q_0, \Delta, \Gamma, B)$, con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Gamma = \{0, 1\}$, $q_0 = q_0$, $\Delta = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, X, Y, B\}$ y:

$$\begin{array}{ccccc} & (q_0, 0) & (q_0, 1) & (q_1, 0) & (q_1, 1) & (q_1, Y) \\ \delta & (q_1, X, 1) & (q_3, Y, 1) & (q_1, 0, 1) & (q_2, Y, -1) & (q_1, Y, 1) \\ \\ & (q_2, 0) & (q_2, X) & (q_2, Y) & (q_3, Y) & (q_3, B) \\ \delta & (q_2, 0, -1) & (q_0, X, 1) & (q_2, Y, -1) & (q_3, Y, 1) & (q_4, B, 0) \end{array}$$

Veamos el funcionamiento de la máquina en 0011 :

Paso 1	...	B	0	1	1	B	...	q ₀	✓
Paso 2	...	B	X	0	1	1	B	q ₁	
Paso 3	...	B	X	0	1	1	B	q ₁	
Paso 4	...	B	X	0	Y	1	B	q ₂	
Paso 5	...	B	X	0	Y	1	B	q ₂	
Paso 6	...	B	X	0	Y	1	B	q ₀	
Paso 7	...	B	X	X	Y	1	B	q ₁	
Paso 8	...	B	X	X	Y	1	B	q ₁	
Paso 9	...	B	X	X	Y	Y	B	q ₂	
Paso 10	...	B	X	X	Y	Y	B	q ₂	
Paso 11	...	B	X	X	Y	Y	B	q ₀	
Paso 12	...	B	X	X	Y	Y	B	q ₃	
Paso 13	...	B	X	X	Y	Y	B	q ₃	

En el software Mathematica:

$MT = \text{Turing Machine}$ $\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$ $\rightarrow \{q_1, X, 1\}, \{q_0, Y\} \rightarrow \{q_3, Y, 1\},$
 $\{q_1, 0\} \rightarrow \{q_1, 0, 1\}, \{q_1, 1\} \rightarrow \{q_2, Y, -1\},$
 $\{q_1, Y\} \rightarrow \{q_1, Y, 1\}, \{q_2, 0\} \rightarrow \{q_2, 0, -1\},$
 $\{q_2, X\} \rightarrow \{q_0, X, 1\}, \{q_2, Y\} \rightarrow \{q_2, Y, -1\},$
 $\{q_3, Y\} \rightarrow \{q_3, Y, 1\}, \{q_3, B\} \rightarrow \{q_4, B, 0\}, \{q_0, 0, 0, 1, 1\} \rightarrow \{q_1, 1, 1\}.$

Table Form [First / @ MT] ✓

Table Form [Last / @ MT] ✓

$$\mathbb{O}^n \uparrow^n, 1 \leq n \leq 10 \rightarrow \textcircled{64}$$
$$\Delta \quad \begin{matrix} (\sigma_0, 0) \\ (\sigma_0, 0, 1) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (\sigma_0, 1) \\ (\sigma_1, 0, 1) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (\sigma_1, 0) \\ (\sigma_2, 1, 0) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (\sigma_1, 1) \\ (\sigma_1, 1, 1) \end{matrix}$$

Paso 1	000	0	(1)	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	000	G ₀
Paso 2	000	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	000	G ₁
Paso 3	000	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	000	G ₁
Paso 4	000	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	000	G ₁
Paso 5	000	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	000	G ₁
Paso 6	000	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	000	G ₂

$$(10) \approx 4 + 6$$

En el software:

MT = Turing Machine $\{ \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}, \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\} \}$

Table Form [First [q, MT]]

Table Form [Last [q, MT]]

q_0	1	0
q_1	2	1
q_2	3	2
q_3	4	3
q_4	5	4
q_5	5	4

1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	✓
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	✓
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	✓
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	✓
0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	✓
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	✓

Ejemplo La máquina de Turing expuesta, realiza la operación copy sobre un conjunto de caracteres. Determine el número mínimo de pasos necesarios para copiar la hilera de símbolos de entrada 1111.
 MT = $(Q, \Gamma, \Sigma, \Delta, A, T, B)$, con $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $\Gamma = \{1\}$, $\Sigma = \{0\}$, $A = \{\phi\}$, $T = \{0, 1\}$, $B = 0$ y:

Δ	$(q_0, 1)$	$(q_1, 0)$	$(q_1, 1)$	$(q_2, 0)$	$(q_2, 1)$
	$(q_1, 0, 1)$	$(q_2, 0, 1)$	$(q_1, 1, 1)$	$(q_3, 1, 1)$	$(q_2, 1, 1)$
Δ	$(q_3, 0)$	$(q_3, 1)$	$(q_4, 0)$	$(q_4, 1)$	
	$(q_4, 0, 1)$	$(q_3, 1, 1)$	$(q_0, 1, 1)$	$(q_4, 1, 1)$	

How are processes?

Table form [Last @ NT]

1 1 1 1 0 0 0 0 0
 0 1 1 1 0 0 0 0 0
 0 1 1 1 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 0 0 0 0 0 0 0 0 0
 1 1 1 0 0 1 1 1 1
 1 1 1 0 0 1 1 1 1
 1 1 1 1 0 1 1 1 1

Ejemplo Considere la máquina de Turing dada a continuación.
Conjeture cuál es su lenguaje. $MT = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, \hat{q}, \Gamma, B)$, con
 $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1\}$, $\hat{q} = q_0$, $\Delta = \{q_0, 1\}$,
 $\Gamma = \{0, 1\}$, $B = \{1\}$ y:

✓ Δ $(q_0, 0) \rightarrow (q_1, B, 1)$ $(q_0, 1) \rightarrow (q_5, B, 1)$ $(q_1, 0) \rightarrow (q_1, 0, 1)$ $(q_1, 1) \rightarrow (q_2, 1, 1)$ $(q_2, 0) \rightarrow (q_3, 1, -1)$

Δ $(q_2, 1) \rightarrow (q_2, B)$ $(q_2, B) \rightarrow (q_4, B, -1)$ $(q_3, 0) \rightarrow (q_3, 0, -1)$ $(q_3, 1) \rightarrow (q_3, 1, -1)$ $(q_3, B) \rightarrow (q_0, B, 1)$

Δ $(q_4, 0) \rightarrow (q_4, 0, -1)$ $(q_4, 1) \rightarrow (q_4, B, -1)$ $(q_4, B) \rightarrow (q_6, 0, 0)$ $(q_5, 0) \rightarrow (q_5, B, 1)$ $(q_5, 1) \rightarrow (q_6, B, 0)$

Solución:

Encuentra palabras Aceptadas $[n, m] := \text{Module } [d, \text{For } [j = 1, j \leq n, L = \{ \}; \text{For } [i = 1, i \leq m, L = \text{Append } L, \text{Random Integer } [0, 1] \}]; i++]; j++];$

$MT = \text{Turing Machine } [d, q_0, 0 \rightarrow q_1, B, 1, q_0, 1 \rightarrow q_5, B, 1, q_1, 0 \rightarrow q_1, 0, 1, q_1, 1 \rightarrow q_2, 1, 1, q_2, 0 \rightarrow q_3, 1, -1, q_2, 1 \rightarrow q_2, 1, 1, q_2, B \rightarrow q_4, B, -1, q_3, 0 \rightarrow q_3, 0, -1, q_3, 1 \rightarrow q_3, 1, -1, q_3, B \rightarrow q_0, B, 1, q_4, 0 \rightarrow q_4, 0, -1, q_4, 1 \rightarrow q_4, B, -1, q_4, B \rightarrow q_6, 0, 0, q_5, 0 \rightarrow q_5, B, 1, q_5, 1 \rightarrow q_6, B, 0, q_6, d, B \rightarrow 100]; T = \text{First } [d, MT]; d = \text{Dimensions } [T];$

$\text{While } [\text{ToString } [T [d, [i], 1]] \neq \text{ToString } [q_6] / L = \{ \};$

$\text{For } [i = 1, i \leq m, L = \text{Append } L, \text{Random Integer } [0, 1] \}; i++];$

$MT = \text{Turing Machine } [d, q_0, 0 \rightarrow q_1, B, 1, q_0, 1 \rightarrow q_5, B, 1, q_1, 0 \rightarrow q_1, 0, 1, q_1, 1 \rightarrow q_2, 1, 1, q_2, 0 \rightarrow q_3, 1, -1, q_2, 1 \rightarrow q_2, 1, 1, q_2, B \rightarrow q_4, B, -1, q_3, 0 \rightarrow q_3, 0, -1, q_3, 1 \rightarrow q_3, 1, -1, q_3, B \rightarrow q_0, B, 1, q_4, 0 \rightarrow q_4, 0, -1, q_4, 1 \rightarrow q_4, B, -1, q_4, B \rightarrow q_6, 0, 0, q_5, 0 \rightarrow q_5, B, 1, q_5, 1 \rightarrow q_6, B, 0, q_6, d, B \rightarrow 100]; T = \text{First } [d, MT]; d = \text{Dimensions } [T];$

$\text{Print } [L]; j++];$

Luego: $(1) \quad 0^n 1, n \in \mathbb{N} \quad \parallel$